Раздел III
ПЕРЕВОДЫ

[ЕВКЛИД][1]

ДЕЛЕНИЕ КАНОНА = SECTIO CANONIS[2]

Перевод и примечания А. И. Щетникова

Введение

Если бы были покой и неподвижность, была бы тишина. А если бы была тишина и не было движения, никто бы ничего не услышал. Поэтому чтобы что-то услышать, прежде должны возникнуть удар и движение[3]. Так как все звуки возникают от удара, а удар не мог бы случиться без предшествующего движения, из движений же одни плотнее, а другие реже, и от более плотных получаются более высокие голоса, а от более разреженных — более низкие, то по необходимости одни будут более высокими, поскольку они составляются из более уплотненных и многочислен-

[1] Принадлежность Евклиду этого сочинения, в котором излагается спекулятивный подход к построению теории консонансов и обоснованию настройки по чистым картам и квинтам, более чем спорная. Во всяком случае, большая часть материала *Sectio canonis*, как было показано Б. Л. Ван дер Варденом, восходит к выдающемуся пифагорейскому математику Архиту Тарентскому. Роль последующих авторов (был ли это Евклид или кто-нибудь другой), сводилась не более чем к переписыванию текста Архита с возможным добавлением нескольких последних предложений. Тексты поздних авторов, прямо ссылающихся в связи с изложенным в Sectio canonis материалом на пифагорейцев вообще и Архита в частности, приведены в Приложении.

[2] Перевод осуществлен по изд.: Sectio canonis [Sp.] / Ed. H. Menge // Euclidis opera omnia. Vol. 8. Leipzig, 1916. S. 158–180.

[3] Порфирий в *Комментарии к «Гармонике» Птолемея* (30_7) передает следующую фразу Пифагора, дошедшую до него через цепочку сообщений Ксенократа и Гераклида Понтийского: «Если кто-нибудь захочет из равенства услышать что-либо созвучное, то должно возникнуть некоторое движение».

ных движений, а другие — более низкими, поскольку они складываются из более разреженных и малочисленных движений. Слишком высокий голос спускают до нужного отнятием движения; слишком низкий голос напрягают до нужного прибавлением движения. Поэтому можно сказать, что голоса составлены из частей, так как они достигают нужного путем прибавления и отнятия[4]. Но всё состоящее из частей относится одно к другому как числа, так что голоса по необходимости относятся друг к другу как числа. Числа же относятся либо в многократном отношении (ἐν πολλαπλασίῳ λόγῳ), либо в сверхчастном (ἐν ἐπιμορίῳ), либо в превышающем на несколько частей (ἐν ἐπιμερεῖ)[5], так что и голоса по необходимости имеют между собой такие же отношения. И по этому отношению между собой они именуются кратными и сверхчастными.

Известно, что одни голоса являются созвучными (συμφώνους), а другие разнозвучными (διαφώνους), и что созвучные голоса сливаются друг с другом, а разнозвучные нет. И для созвучных голосов, где одно возникает из обоих слиянием звуков, есть нечто разумное в том, что имя каждого созвучия определяется отношением чисел, либо кратным, либо сверхчастным[6].

---

[4] Именно в этом месте старинное пифагорейское воззрение «все есть число» выражено наиболее отчетливым образом. Автор не проводит различий между дискретным изменением, которое идет путем добавления и отнятия порций, и непрерывным изменением, проходящим через все градации данной переменной величины. При непрерывном изменении переменная величина приобретает как соизмеримые с исходной ступенью значения, так и несоизмеримые, которые уже не могут быть выражены отношением натуральных чисел.

[5] Кратные отношения имеют вид $n : 1$, сверхчастные — $(n + 1) : n$. В словесном выражении этих отношений присутствует указание на одно число (к примеру, трехкратное либо эпитритное = «превышающее на треть») По-видимому, все прочие числовые отношения большего к меньшему автор называет превышающими на несколько частей. В последующей теории так назывались отношения вида $(n + m) : m$, где $m < n$, не превышавшие двукратного отношения.

[6] Здесь исподволь вводится базовая гипотеза, на которой основывается значительная часть последующих доказательств: все созвучные интервалы либо кратные, либо сверхчастные, прочие же отношения чисел не дают созвучных интервалов. Далее, отнюдь не все кратные и сверхчастные интервалы считались в пифагорейской теории созвучными, но лишь те, у которых входящие в них числа не превышали четырех. Таким образом, к созвучным относились кратные интервалы октавы 2 : 1, дуодецимы 3 : 1 и двойной октавы 4 : 1, а также сверхчастные интервалы квинты 3 : 2 и кварты 4 : 3.

Предложение 1

Если составной интервал образуется удвоением кратного интервала, то этот интервал будет кратным.

Пусть будет интервал ВΓ, и пусть В к Γ будет кратным. Сделаю, чтобы было как Γ к В, так и В к Δ. Я утверждаю, что Δ к Γ является кратным. Ведь поскольку В к Γ является кратным, Γ измеряет В. И поскольку как Γ к В, так и В к Δ, тем самым Γ измеряет Δ. Тем самым Δ к Γ является кратным.

Предложение 2

Если удвоением интервала образуется кратный составной интервал, то и исходный интервал является кратным.

Пусть будет интервал ВΓ. Сделаю, чтобы было как Γ к В, так и В к Δ, и пусть Δ к Γ будет кратным. Я утверждаю, что В к Γ является кратным. Ведь поскольку Δ к Γ является кратным, Γ измеряет Δ. Но известно, что если числа образуют пропорцию, и первое измеряет последнее, то оно измеряет и промежуточные (Начала, VIII, 7)[7]. Тем самым Γ измеряет В, поэтому В к Γ является кратным.

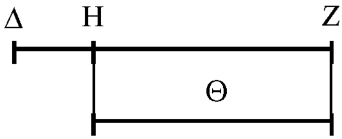
Предложение 3

В сверхчастном интервале нет ни одного, ни многих средних пропорциональных, выражающихся числом.

Пусть имеется сверхчастный интервал ВΓ. Наименьшими в том же отношении, что и В, Γ, пусть будут ΔZ, Θ. Они не имеют общей меры, кроме единицы. Отложим HZ равным Θ; и ΔZ будет сверхчастным по сравнению с Θ, а их разница ΔH будет общей мерой ΔZ и Θ. Но тогда ΔH есть единица, а потому между ΔZ, Θ нет никаких средних. Ведь они встали бы между большим ΔZ и меньшим Θ, разнящимися на единицу, а это невозможно. Поэтому они не встают между ΔZ, Θ. Но сколько средних пропорциональных можно вставить между наименьшими, столько же можно вставить и между всеми, имеющими то же отношение (Начала, VIII, 8). А раз их нельзя вставить между ΔZ, Θ, то их нельзя вставить и между В, Γ.

---

[7] Ссылки на определения и предложения *Начал* Евклида, а также внутренние ссылки на уже доказанные предложения *Sectio canonis* расставлены переводчиком.



Предложение 4

Если некратный интервал составить дважды, то целое не будет ни кратным, ни сверхчастным.

Пусть будет некратный интервал ВГ. Сделаю, чтобы было как Г к В, так и В к Δ. Я утверждаю, что Δ к Г не является ни кратным, ни сверхчастным. Во-первых, пусть Δ к Г будет кратным. Однако известно, что если удвоением интервала составляется кратный интервал, то и исходный интервал будет кратным (пр. 2). Получается, что В к Г является кратным. Но это не так. Поэтому невозможно, чтобы Δ к Г было кратным. Но оно не может быть и сверхчастным. Ведь в сверхчастный интервал не вставляется среднее пропорциональное (пр. 3). Но в Δ, Г вставляется В. Поэтому невозможно, чтобы Δ к Г было кратным или сверхчастным.

Предложение 5

Если удвоением интервала составляется некратный интервал, то и исходный интервал не является кратным.

Пусть будет интервал ВГ. Сделаю, чтобы было как Г к В, так и В к Δ, и пусть Δ к Г не будет кратным. Я утверждаю, что и В к Г не будет кратным. Ведь если В к Г будет кратным, то и Δ к Г будет кратным (пр. 1). Но это не так. Поэтому В к Г не будет кратным.

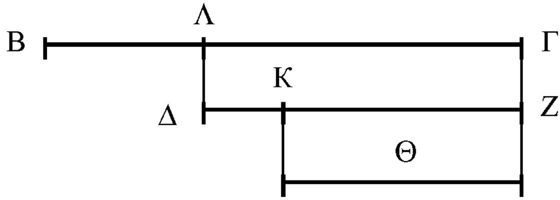
Предложение 6

Двукратный интервал составляется из двух наибольших сверхчастных, из полуторного и сверхтретьего[8].

Пусть ВГ будет полуторным к ΔZ, а ΔZ — сверхтретьим к Θ. Я утверждаю, что ВГ будет двукратным к Θ. Отложим ZK, равное Θ, и ГΛ, равное ΔZ. ВГ является полуторным к ΔZ, и тем самым ВΛ является третьей частью от ВГ и половиной от ΔZ. И вновь, ΔZ

[8] Полуторное отношение выражается в числах как 3 : 2, сверхтретьего — как 4 : 3.

является полуторным к Θ, и тем самым ΔK является четвертой частью от ΔZ и третьей частью от Θ. Получается, что ΔK будет четвертой частью от ΔZ, и BΛ будет половиной от ΔZ, поэтому ΔK будет половиной от BΛ. Но BΛ было третьей частью от BΓ. Поэтому ΔK будет шестой частью от BΓ. Но ΔK было третьей частью от Θ. Поэтому BΓ будет двукратным к Θ.



Иначе. Пусть A будет полуторным к B, а B будет сверхтретьим к Γ. Я утверждаю, что A является двукратным к Γ. A содержит в себе B и его половину. Поэтому два A равны трем B. Далее, поскольку B является сверхтретьим к Γ, B содержит в себе Γ и его треть. Поэтому три B равны четырем Γ. Но три B равны двум A. Поэтому два A равны четырем Γ. Поэтому A равно двум Γ. Тем самым A является двукратным к Γ.

Предложение 7

Двукратный и полуторный интервалы производят трехкратный интервал.

Пусть A будет двукратным к B, а B будет полуторным к Γ. Я утверждаю, что A будет трехкратным к Γ. Поскольку A является двукратным к B, A равняется двум B. Далее, поскольку B является полуторным к Γ, B содержит в себе Γ и его половину. Поэтому два B равны трем Γ. Но два B равны A. Поэтому A равно трем Γ. Тем самым A будет трехкратным к Γ.

Предложение 8

Если из полуторного интервала вычесть сверхтретий интервал, то остаток будет сверхвосьмерным.

Пусть A превышает B на половину, и Γ превышает B на треть; я утверждаю, что A превышает Γ на восьмую часть. Поскольку A является полуторным к B, A содержит в себе B и его половину. Тем самым восемь A равны двенадцати B. Далее, поскольку Г является сверхтретьим к B, Г содержит в себе B и его третью часть. Тем самым девять Г равны двенадцати B, а двенадцать B равны восьми A. Поэтому восемь A равны девяти Г. Поэтому A равно Г и его восьмой части. Поэтому A является сверхвосьмерным к Г.

Предложение 9

Шесть сверхвосьмерных интервалов больше одного двукратного интервала.

Пусть A есть некое число. И пусть B будет сверхвосьмерным к A, Г — сверхвосьмерным к B, Δ — сверхвосьмерным к Г, E — сверхвосьмерным к Δ, Z — сверхвосьмерным к E, H — сверхвосьмерным к Z. Я утверждаю, что H к A будет больше двукратного интервала. Найдем семь сверхвосьмерных друг к другу чисел, которые суть A, B, Г, Δ, E, Z, H, положив A равным 262144, B равным 294912, Г равным 331776, Δ равным 373248, E равным 419904, Z равным 472392, H равным 5341441; и вот H к A больше двукратного интервала.

Предложение 10

Интервал октавы (διὰ πασῶν) является кратным.

Пусть *нета высших* будет A, *меса* — B, *проскамбаномен* — Г[9]. И вот интервал двойной октавы AГ по своему бытию является со-

---

[9] Начиная с этого предложения, автор оперирует названиями нот так называемой «большой неизменной системы», охватывающей две октавы. Полное ее построение описано в пр. 19 и 20. Описание ее приводится во многих более поздних трактатах по гармонии, в частности, в принадлежащем Клеониду «Введении в гармонику» (4_{1-19}).

Меса (собственно «средняя») — это срединная нота системы, общая для верхней и нижней октав. Каждая из двух октав в направлении сверху вниз состоит из двух тетрахордов объемом в кварту и дополнительного нижнего тона. В верхней октаве это тетрахорды высших и отделенных, в нижней октаве — тетрахорды средних и нижних. При подъеме вверх от месы верхние ноты тетрахордов называются нетами («верхними»); при спуске вниз от месы нижние ноты тетрахордов называются гипатами («нижними»). Просламбаномен («добавленная») — самая нижняя нота системы, добавленная тоном ниже гипаты нижних. При спуске сверху вниз вторые по порядку ноты двух верхних тетрахордов называются паранетами («прилежащими к нете»), а третьи по порядку ноты — тритами. При этом нижняя нота тетрахорда отделенных называется парамесой. При подъеме снизу вверх звучным. Значит он является или сверхчастным, или кратным[10]. Но сверхчастным он не является: ведь в сверхчастный интервал не вставляется среднее пропорциональное (пр. 3). Значит он является кратным. Но тогда два <равных> интервала АВ, ВГ составлением дают кратное целое, и тем самым АВ является кратным (пр. 2).

Предложение 11

Каждый из интервалов кварты (διὰ τεσσάρων) и квинты (διὰ πέντε) является сверхчастным.

Пусть *нета соединенных* будет А, *меса* — В, *гипата средних* — Г. И вот интервал двойной кварты по своему бытию является разнозвучным. Значит он не является кратным[11]. И два равных интервала АВ, ВГ составляют целое, которое не является кратным, значит и АВ не является кратным (пр. 5). Но он является созвучным; следовательно, сверхчастным. И такое же доказательство дается для квинты[12].

Предложение 12

Интервал октавы является двукратным.

Уже показано, что он является кратным (пр. 10). Значит, он является либо двукратным, либо большим двукратного. И показа-

---

вторые по порядку ноты двух нижних тетрахордов называются парипатами («прилежащими к гипате»), а третьи по порядку ноты — лиханос («играемыми указательным пальцем»).

Кроме рассмотренных четырех тетрахордов вводится также тетрахорд соединенных, нижней нотой которого является меса. Соответственно нета соединенных оказывается паранетой отделенных, паранета соединенных — тритой отделенных, трита соединенных — парамесой.

[10] Именно здесь используется базовая гипотеза теории: все созвучные интервалы являются либо сверхчастными, либо кратными. Надо заметить, что сама эта гипотеза конечно же не является чисто умозрительной, но обобщает некоторый предварительный опыт, из которого уже известно, какие числовые интервалы каким созвучиям соответствуют.

[11] В этом доказательстве допущена грубая логическая ошибка: из предположения о том, что все созвучные интервалы являются кратными либо сверхчастными, отнюдь не следует обратное утверждение о том, что все кратные и сверхчастные интервалы являются созвучными.

[12] В доказательстве для квинт можно рассматривать нету отделенных, месу и диатон нижних.

но также, что двукратный интервал составляется из двух наибольших сверхчастных (пр. 6), поэтому если октава будет более чем двукратна, то она не составится из двух сверхчастных, но лишь из большего их количества. Однако она составляется из двух созвучных интервалов, из квинты и кварты, поэтому октава не более чем двукратна. Значит, она будет двукратной.

И вот теперь октава является двукратным интервалом (пр. 12), а двукратный интервал составляется из двух наибольших сверхчастных, и октава составляется из полуторного и сверхтретьего интервалов, каковые суть наибольшие (пр. 6). Но она составляется из квинты и кварты, являющихся сверхчастными (пр. 11). Поэтому квинта, которая больше, будет полуторной, а кварта — сверхтретьей.

И ясно, что интервал квинты и октавы[13] будет трехкратным. Ведь показано, что двукратный и полуторный интервалы производят трехкратный интервал (пр. 7). Так что интервал октавы и квинты будет трехкратным. А двойная октава является четырехкратной. Доказательство дано теперь для всех созвучий, и в их определениях содержатся [отношения] охватывающих голосов друг к другу.

Предложение 13

Осталось разъяснить о тоновом (τονιαῖος) интервале, что он является сверхвосьмерным.

Уже показано, что когда из полуторного интервала вычитается сверхтретий интервал, остаток будет сверхвосьмерным (пр. 8). И вот из квинты вычитается кварта, и остатком является тоновый интервал; значит, тоновый интервал является сверхвосьмерным.

Предложение 14

Октава меньше шести тонов.

Уже показано, что октава является двукратной (пр. 12), а тон — сверхвосьмерным (пр. 13). Но шесть сверхвосьмерных интервалов больше одного двукратного (пр. 9). Поэтому октава меньше шести тонов.

[13] В современной терминологии — дуодецима.

Предложение 15

Кварта меньше двух тонов и полутона, и квинта меньше трех тонов и полутона.

Пусть *нета отделенных* будет В, *парамеса* — Г, *меса* — Δ, *гипата средних* — Z. Итак, интервал ГΔ является тоном, ВZ — октавой, меньшей шести тонов. А оставшиеся равные ВГ и ΔZ будут [вместе] меньше пяти тонов. Поэтому один ВГ меньше двух тонов и полутона, и он является квартой, и ВΔ меньше трех тонов и полутона, и он является квинтой.

Предложение 16

Тон не делится ни на два, ни на большее число равных.

Уже показано, что он является сверхчастным (пр. 13). Но в сверхчастный интервал не вставляются ни одно, ни много средних пропорциональных (пр. 3). Поэтому тон не делится на равные.

Предложение 17

Паранеты и *лиханос* настраиваются по созвучным интервалам[14].

Пусть меса будет В. Подниму кварту до Г, и от Г опущу квинту до Δ. Получится тон ВΔ. Теперь от Δ подниму кварту до Е, и от Е опущу квинту до Z. Получится тон ZΔ и дитон ZВ. Поэтому *лиханос* будет Z. Подобным же образом настраиваются и *паранеты*.

Предложение 18

Парипаты и *триты* не делят *пикнон* на равные[15].

Пусть *меса* будет В, *лиханос* — Г, *гипата* — Δ. Опущу от В квинту до Z. Получится тон ZΔ. И от Z подниму кварту до Е. Интервалы ZΔ и ВЕ будут по тону. Присоединю общее ΔГ. И вот ZЕ

---

[14] В предложениях 16–17 речь идет о *энгармоническом строе*, когда второй сверху голос тетрахорда (паранета либо лиханос) опущен по отношению к верхнему голосу на два тона.

[15] *Пикнон* («плотное») — в энгармоническом строе это интервал между гипатой и лиханос, равный разнице кварты и дитона. Внутри этого интервала размещается второй снизу голос тетрахорда (парипата либо трита). В целом предложение следует сформулировать так: «Если парипаты и триты образуют рациональные отношения с другими голосами энгармонического строя, то они не делят пикнон на равные».

равно ΔB. Но ZE — это кварта, и в ZE не вставляется среднее пропорциональное: ведь этот интервал сверхчастный (пр. 3). Но ΔB равно ZE: поэтому в ΔΓ не вставляется среднее, а оно находится от *гипаты* в сторону *лиханос*. Стало быть, *парипата* не делит *пикнон* на равные. Подобным же образом не делит и *трита*.

Предложение 19

Разделением линейки получается наилучшая неизменная система[16].

Пусть линейка делит струну AB по длине на четыре равные части в Γ, Δ, E. Тогда BA издает наинизший голос. AB будет эпитритным к ΓB, так что ΓB созвучно с AB в кварту на повышение. Пусть AB — это *проcламбаномен*; тогда ΓB — это *диатон нижних*. Далее, AB будет двукратным к BΔ, и они созвучны в октаву, так что BΔ — это *меса*. Далее, AB будет четырехкратным к EB, так что EB — это *нета высших*. ΓB делится пополам в Z. ΓB будет двукрат-

[16] В предложениях 18–19 речь идет о *диатоническом строе*, когда второй сверху голос тетрахорда опущен по сравнению с верхним голосом на тон (и поэтому автор называет его просто «диатон»), а второй снизу — еще на тон.

ным к ZB, и ГВ созвучна в октаву с ZB; тогда ZB — это *нета соединенных*. Из ΔВ удаляется третья часть ΔН. ΔВ будет полуторным к НВ, и они созвучны в квинту; тогда НВ — это *нета отделенных*. НВ продлевается на равное НΘ, и ΘВ созвучна в октаву с НВ; поэтому ΘВ будет *гипатой средних*. От ΘВ отнимается третья часть ΘК. ΘВ будет полуторным к КВ, поэтому КВ будет *парамесой*. КВ продлевается на равную ΛК, что дает *гипату нижних* ΛВ. Так с помощью линейки определяются все голоса неизменной системы.

Предложение 20

Прочее получается тем же путем.

ЕВ делится на восемь частей, и к ней прилагается одна часть ЕМ, так что МВ и ЕВ производят сверхвосьмерный интервал. Далее, МВ делится на восемь частей, и к ней прилагается одна часть NM, поэтому NB будет тоном ниже ВМ, как и МВ с ВЕ, тогда NB — это *трита высших*, а МВ — *диатон высших*. Третья часть от NB приставляется к ней как NΞ, так что ΞВ, будучи сверхтретьей к NB, созвучна с ней в кварту на понижение, тем самым ΞВ — это *трита отделенных*. Далее, половинная часть ΞВ приставляется к ней как ΞО, так что ОВ созвучна в квинту с ΞВ; тем самым ОВ — это *парипата средних*. Затем ΞО продлевается на равную ОП, что дает *парипату нижних* ПВ. И от ВГ отнимается четвертая часть ГР, что дает *диатон средних* РВ.

Приложение 1

Птолемей. Гармоника (I, 5)

Восприятие признает следующие созвучия: так называемые кварту и квинту, разность между которыми называется тоном, затем октаву, октаву и кварту, октаву и квинту, а также двойную октаву. Интервалы большие этих мы для нашей настоящей задачи оставим в стороне. Пифагорейская теория из упомянутых интервалов оставляет в стороне также октаву и кварту в соответствии с особенными гипотезами, которые были выставлены главами этой школы из следующих соображений. Исходным началом их метода является то, что равные числа сопоставляются с голосами равного напряжения, неравные же — с голосами неравного напряжения.

Далее они говорят, что как существуют два вида голосов разного напряжения — созвучные и разнозвучные, из которых прекраснейшие — созвучные, так и среди неравных чисел различаются два главных рода отношений, во-первых — превышающие на несколько частей, где число относится к числу[17], во-вторых, сверхчастные и кратные. Более предпочтительными вследствие простоты сравнения являются последние, так как для сверхчастных избыток является некоторой частью целого, а в кратных меньшее содержится в большем. Поэтому они сопоставляют сверхчастные и кратные отношения с созвучиями: октаву они выражают как двукратное отношение, квинту — как полуторное, кварту — как эпитритное. Путем рассуждения устанавливается, что прекраснейшим из созвучий является октава, а лучшим из отношений — двукратное; первая потому, что она ближе всего к равенству напряжений, а второе потому, что только в нем избыток равен превышаемому. Далее, октава составляется из двух последовательных и первых созвучных интервалов — квинты и кварты, а двукратное отношение — из двух последовательных и первых сверхчастных, а именно полуторного и сверхтретьего. Поскольку сверхтретье отношение меньше полуторного, то и созвучие кварты будет меньше квинты, так что их разность или тон стоит в сверхвосьмерном отношении; ведь настолько полуторное отношение превосходит сверхтретье. В соответствии с этим они причисляли к созвучным интервалам также октаву и квинту, взятые в их совместной величине, и двойную октаву, так как последняя соответствует четырехкратному отношению, а первая — трехкратному. А октаву и кварту они не причисляли к созвучиям, так как ей соответствует отношению восемь к трем, которое не является ни сверхчастным, ни кратным.

Они добились этого и при помощи более геометрического способа. Пусть будет квинта АВ и вслед за ней другая квинта ВΓ, так что АΓ будет двойной квинтой. Поскольку двойная квинта не является созвучной, то и АΓ не будет двукратной, поэтому и АВ не кратна, но она созвучна: следовательно, квинта сверхчастна. Подобным же образом они доказывают, что кварта, которая меньше квинты, тоже сверхчастна. Теперь, говорят они, пусть будет октава АВ и вслед за ней другая октава ВΓ, так что АΓ будет двойной октавой. Так как двойная октава будет созвучной, то АΓ будет или сверхчастным, или кратным. Но оно не может быть сверхчастным, ибо в него не вставляется среднее пропорциональное; следователь-

[17] «Число относится к числу» — в том смысле, что в определении такого интервала указываются по имени два числа, например, восемь к трем. В отличие от этого случая в именах кратных и сверхчастных интервалов участвует только одно число, например, восьмикратный для кратного или «превышающий на восьмую часть» для сверхчастного.

но, АГ, а значит и АВ, будут кратными; поэтому октава кратна. Отсюда они заключают, что октава двукратна, квинта полуторна и кварта сверхтретья. Ведь из кратных отношений только двукратное составляется из двух наибольших сверхчастных, ибо два любых других сверхчастных, составленные вместе, будут меньше двукратного, а двукратное — наименьшее из кратных; тон же в соответствии с этим будет сверхвосьмерным. Они показывают, что полутон является неблагозвучным (ἐκμελές), поскольку он как среднее пропорциональное делит пополам сверхчастное отношение, а таковое в сверхчастном является неблагозвучным.[18]

Приложение 2

Боэций, Музыкальное наставление (III, 11)

В сверхчастное отношение невозможно вставить среднее пропорциональное число. Доказательство, которое дает Архит, слишком слабое. Оно таково. Пусть имеется сверхчастное отношение A, B. Свожу его к отношению наименьших C, DE. Следовательно, так как C и DE — наименьшие в этом отношении и сверхчастные, то число DE превосходит число C на одну их общую часть. Назовем ее D. Я утверждаю, что D будет не числом, а единицей. Действительно, если D — число и часть от DE, то тогда число D будет измерять число DE, а тем самым и число E. Тем самым оно будет измерять C. Следовательно, число D будет измерять оба числа C и DE, что невозможно. Ибо наименьшие из всех чисел, находящиеся в сверхчастном отношении, первые между собой и различаются только на единицу. Следовательно, D — единица. Следовательно, число DE превосходит число C на единицу. Поэтому между ними невозможно вставить никакое число, которое было бы их средним пропорциональным. Отсюда следует, что и между числами, которые находятся в том же отношении, невозможно вставить среднее пропорциональное число[19].

---

[18] Изложение Птолемея конспективно охватывает материал первых 16 предложений *Sectio canonis*. Естественно предположить, что текст этого трактата был доступен Птолемею непосредственно, и он на него опирался. Автора трактата Птолемей называет «пифагорейцем», и это безусловно верно.

[19] Этот фрагмент у Боэция является прямым пересказом 3 предложения *Sectio canonis*. Сам Боэций ссылается на Архита, какой-то музыкальный трактат которого мог быть ему доступен. Возможно, что *Sectio canonis* как раз и являлся этим трактатом.

Corpus Aristotelicum. Problemata (XIX, 41)

Почему двойная квинта и двойная кварта не являются созвучными, а двойная октава является? Не потому ли, что квинта имеет полуторное отношение, а кварта — сверхтретье? Но в полуторной или сверхтретьей последовательности трех чисел крайние члены не имеют отношения друг к другу[20], ведь оно не может быть ни сверхчастным, ни кратным. Ну а октава имеет двукратное отношение, и если ее удвоить, то крайние члены будут иметь четырехкратное отношение друг к другу. И если созвучие является отношением голосов друг к другу, и голоса в интервале двойной октавы имеют друг к другу отношение, а в двойной кварте и двойной квинте не имеют, то двойная октава будет созвучной, а прочие нет, согласно объявленному выше.

[20] Здесь конечно же имеется в виду не всякое отношение, но лишь такое, которое выражается одним числом, то есть кратное и сверхчастное. Отношения, выражаемые парой чисел, при этом «не учитываются»: ведь отношение двойной квинты есть 9 : 4 («двукратное и превышающее на четверть»), а отношение двойной кварты есть 16 : 9 («превышающее на семь девятых частей»).